Actividad: Series de Fourier de tiempo discreto y transformada de Fourier

Objetivos

El objetivo de este trabajo es aprender a calcular la DTFS de señales discretas repasando algunas de sus propiedades y la FT de señales de tiempo continuo estudiando su relación con la DFT. No está permitido el uso de estructuras de control (*if, for*, etc.).

Dada una señal discreta , podemos obtener sus coeficientes DTFS con Octave usando la operación:

Donde es el periodo de la señal y x es un vector con exactamente un periodo de la señal comprendido desde 0 hasta .

La operación inversa se realiza a partir del vector de coeficientes con aplicando la siguiente operación:

Tarea 1: DTFS de señales periódicas

Dadas las siguientes señales:

* Determina el periodo fundamental de cada señal y representa cada una de las señales, donde es el resto de dividir el entre 4.
* Calcula los coeficientes de la DTFS de cada señal con Octave. Para la señal (solo para esta), una vez calculados los coeficientes con su fórmula específica, aplicar el comando de redondeo que se indica en la hoja de respuestas Actividad2\_blanco.docx. Representa con *subplot* en 2 filas y 5 columnas cada una de las dos señales junto con la parte real, imaginaria, módulo y fase de sus coeficientes. Por ejemplo, en la posición (1,1) iría , en la posición (1,2) la parte real de , en la posición (1,3) la parte imaginaria de , en la posición (1,4) el módulo de y en la posición (1,5) la fase de . Lo mismo con pero en la fila 2.
* Indica si se cumplen las propiedades de simetría del conjugado en sus coeficientes. Es decir, dependiendo de si es real, par o impar indica si se debería cumplir algún tipo de simetría en sus coeficientes. Si no se cumple, indica por qué.

Entrega

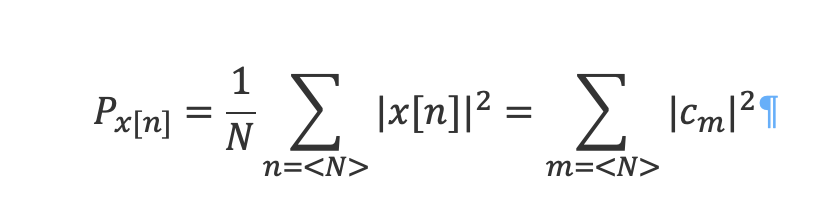
Entrega la solución en un fichero tarea1.m, la gráfica resultante en tarea1.png y las respuestas a las preguntas en Actividad2\_blanco.docx (no copiar el enunciado, solo poner las respuestas).

Tarea 2: obtención de señal a partir de coeficientes

Dada la señal periódica de la cual conocemos:

Periodo fundamental N=6 y coeficientes:

* Usa las propiedades de simetría para obtener los coeficientes de estas señales, indicar cuáles son y representar con *subplot* (1 fila x 3 columnas) la señal y sus coeficientes (parte real e imaginaria).
* Usa la operación mean de Octave para comprobar que el valor medio en el periodo de la señal se corresponde con el primer coeficiente (coeficiente DC). Indica cuál es el valor medio obtenido. Si no se cumple indique por qué.
* Comprueba si se cumple la relación de Parseval:



* Indica la potencia obtenida. Si no se cumple indica por qué.

Entrega

Entrega la solución en un fichero tarea2.m, la gráfica resultante en tarea2.png y las respuestas a las preguntas en Actividad2\_blanco.docx (no copiar el enunciado, solo poner las respuestas).

Tarea 3: aproximación numérica de la FT

En esta tarea vamos a obtener numéricamente la FT de la siguiente señal (Antes de realizar esta tarea es muy importante haber estudiado la DFT y en especial la sección titulada «Muestreo y relación con la FT»):

* Define en el intervalo con utilizando un periodo de muestreo de . Represente esta señal con *subplot*.
* Calcula numéricamente su FT muestreada . Determinar y los valores de con . Para ello sabemos que el número de muestras será . Después usando *subplot* (1 fila x 4 columnas) represente la señal en el tiempo, el módulo de la FT, la fase de la FT y la señal reconstruida en el dominio del tiempo a partir de la FT que veremos a continuación. Utiliza el comando fftshift para que la representación frecuencial se haga centrada en la frecuencia cero. A continuación se da un ejemplo de como calcular dicha FT:

inct=0.01;

t=0:inct:6;

fs=1/inct;

N=6/inct; % Definimos el número de muestras

X1=fft(x1)/fs; % Calculamos la FFT y dividimos entre fs para ajustar la amplitud de la FFT y que se corresponda con la amplitud real de la FT

wn=2\*pi\*(-fs/2:fs/N:fs/2); % Definimos el eje de frecuencias centrado

incw=2\*pi\*fs/N; % Mínimo incremento frecuencial (entre muestras contiguas)

plot(wn,abs(fftshift(X1))); % Representamos la FT centrada en la frecuencia cero

Dado un vector X que representa la señal en el dominio de la frecuencia , podemos aplicar la ecuación de síntesis para obtener la señal reconstruida en el dominio del tiempo aplicando la transformación:

* Aplica esta transformación para reconstruir la función anterior y píntala en una cuarta columna con *subplot*. Al final de esta tarea deberá tener 1 fila x 4 columnas.

Entrega

Entrega la solución en un fichero tarea3.m y la gráfica resultante en tarea3.png.

Tarea 4: análisis de la FT numérica

El objetivo de esta tarea es analizar las propiedades de la señal obtenida en la tarea anterior.

* Tendrás que obtener el valor medio de la señal (utilizando *mean*). ¿Qué relación existe entre el valor medio y el primer coeficiente de la DFT ? Para resolver esta pregunta analiza la ecuación de análisis de la DFT.

La relación de Parseval para la FT nos dice que la energía de la señal en el tiempo y en frecuencia coincide con un factor de escalado 1/2π:

* Calcula numéricamente la energía de la señal en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. Para ello, puedes usar el comando *trapz*. Indica si se cumple la relación de Parseval. Si no se cumple indica por qué.
* Estudia si, al ser una señal real, se cumple que:

Para ello estudia si la energía de se vuelve cero. Para invertir la señal utiliza el comando fliplr y para obtener el conjugado utiliza el comando conj. Para que exista una correcta correspondencia entre las muestras de y conj(fliplr(X1)) y en consecuencia que la energía de tienda a cero, puede que sea necesario quitar la primera muestra de . Si no se elimina, ambas señales pueden estar desincronizadas en una muestra y el resultado no va a ser el correcto. Indica si se cumple esta propiedad. Si no se cumple indique por qué.

* Modifica el intervalo de generación de la señal anterior para que sea con . Dibuja los resultados obtenidos con *subplot* en 1 fila y 4 columnas. ¿Qué ocurre en la representación frecuencial al modificar el rango de integración temporal?

Entrega

Entrega código fuente en tarea4.m, la gráfica resultante en tarea4.png y las respuestas a las preguntas en Actividad2\_blanco.docx (no copiar el enunciado, solo poner las respuestas) indicando por cada apartado los comandos Octave usados, los resultados obtenidos y la respuesta a las preguntas plateadas.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Series de Fourier de tiempo discreto y transformada de Fourier | Descripción | Puntuación máxima  (puntos) | Peso  % |
| Criterio 1 | Tarea 1: Código correcto de y | 2.5/9 | 25 % |
| Criterio 2 | Tarea 1: Gráfica correcta de y | 2.5/9 |
| Criterio 3 | Tarea 1: Cálculo correcto de los periodos de y | 2.5/9 |
| Criterio 4 | Tarea 1: Código correcto del cálculo de los coeficientes y | 2.5/6 |
| Criterio 5 | Tarea 1: Gráfica correcta de los coeficientes y | 2.5/6 |
| Criterio 6 | Tarea 1: Pregunta acerca de la propiedad de simetría | 2.5/3 |
| Criterio 7 | Tarea 2: Cálculo correcto de los coeficientes | 2.5/9 | 25 % |
| Criterio 8 | Tarea 2: Código correcto que permite recuperar a partir de los coeficientes | 2.5/9 |
| Criterio 9 | Tarea 2: Gráfica correcta de los coeficientes y la señal | 2.5/9 |
| Criterio 10 | Tarea 2: Código correcto que comprueba si el valor medio de la señal en un periodo coincide con | 2.5/3 |
| Criterio 11 | Tarea 2: Código correcto que comprueba si se cumple Parseval | 2.5/3 |
| Criterio 12 | Tarea 3: Código correcto que representa | 2.5/4 | 25 % |
| Criterio 13 | Tarea 3: Gráfica correcta de | 2.5/4 |
| Criterio 14 | Tarea 3: Código correcto que calcula la FT de | 2.5/4 |
| Criterio 15 | Tarea 3: Gráfica correcta de , de su FT y de la señal recuperada con ifft | 2.5/4 |
| Criterio 16 | Tarea 4: Código correcto que calcula el valor medio de la señal | 2.5/8 | 25 % |
| Criterio 17 | Tarea 4: Relación entre el valor medio de y el primer coeficiente de la DFT | 2.5/8 |
| Criterio 18 | Tarea 4: Código correcto que calcula la relación de Parseval de | 2.5/4 |
| Criterio 19 | Tarea 4: Código correcto que calcula si se cumple | 2.5/4 |
| Criterio 20 | Tarea 4: Código correcto que representa el enventanado de | 2.5/12 |
| Criterio 21 | Tarea 4: Gráfica correcta del enventanado de | 2.5/12 |
| Criterio 22 | Tarea 4: Pregunta acerca del enventanado | 2.5/12 |
|  |  | **10** | **100 %** |